

# Matematica III

## Esempio di prova scritta

CdL in Statistica, Economia, Finanza e Assicurazioni, A.A. 2021/2022

**Esercizio 1.** Determinare l'insieme di definizione  $D$  della funzione

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{y-x}}{x^2 + y^6} + \log(x^2 + (y-1)^2).$$

Dire poi se  $D$  è aperto, chiuso, limitato e se  $(0, 1) \in \partial D$ .

**Esercizio 2.** Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + 3xy^2 + y^4}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

stabilire se

- $f$  è continua in  $(0, 0)$ ;
- $f$  è derivabile in  $(0, 0)$ ;
- $f$  è differenziabile in  $(0, 0)$ .

**Esercizio 3.** Determinare massimo e minimo assoluti della funzione

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

nell'insieme  $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^4 + y^4 = 1\}$ .

La funzione ammette massimo e minimo assoluti in  $\mathbb{R}^2$ ? Motivare la risposta.

**Esercizio 4.** Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D |x - \pi y| \, dx dy$$

essendo  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq x \leq 1\}$ . Usare il risultato ottenuto per calcolare

$$\iiint_E e^z |x - \pi y| \, dx dy dz$$

dove  $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x, y) \in D, 0 \leq z \leq 1\}$ .